

Depth-averaged rheological models for landslides and complex flows simulations

Jose Segovia-Burillo¹, Sergio Martínez-Aranda¹, Mario Morales-Hernández¹, Pilar García-Navarro¹

¹ Afiliación: Computational Hydraulics and Hydrodynamics group (GH2C)
Instituto de Investigación en Ingeniería de Aragón (I3A)
Universidad de Zaragoza, Mariano Esquillor s/n, 50018, Zaragoza, Spain.
Tel. +34-976762707, e-mail: jsegovia@unizar.es

Abstract

Human and environmental risks associated with extreme hydrological events, such as mining pond dam-breaks and hyperconcentrated debris flows, require increasingly sophisticated predictive tools. These phenomena are often characterized as two-layer systems composed of a lower layer formed by a non-Newtonian cohesive sediment slurry and an upper water layer. The accuracy of such simulations strongly depends on the implementation of appropriate friction and rheological models.

Introduction

Depth-averaged models based on the Shallow Water Equations (SWE) are widely used for numerical simulations because they provide a good compromise between computational efficiency and physical accuracy compared with fully three-dimensional commercial solvers such as OpenFOAM and Ansys Fluent.

In these systems, friction terms are commonly introduced as source terms in the momentum conservation equation:

$$\frac{\partial hu}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(hu^2 + \frac{1}{2} gh^2 \right) = -gh \frac{\partial z_b}{\partial x} - \frac{\tau_b}{\rho} \quad (1)$$

where τ_b represents the basal shear stress.

A wide range of friction laws can be used to model τ_b , depending on the rheological properties of both the flow and the bed material. These contributions can be classified according to the underlying physical mechanisms:

$$\tau_b = \tau_d + \tau_c + \tau_{mc} + \tau_t + \tau_v \quad (2)$$

With cohesive stress (τ_c) and Mohr-Coulomb (τ_{mc}) that contributes in the yield strength, τ_d a dispersive term, a turbulent term (τ_t) and a viscous term accounting for the friction between fluid layers (τ_v).

Frictional models

For water flows with low suspended sediment concentration a turbulent law such as Manning or Chezy are used, susfor snow avalanches frictional-turbulent models such as Voellmy are employed; lkley:for cases of interest such as debris flows, the non-Newtonian viscoplastic behavior requires rheological models such as Bingham (3) or Herschel-Bulkley:

$$\tau = \tau_y + \mu_b \frac{dU}{dz} \quad (3)$$

$$\tau = \tau_y + K \left(\frac{dU}{dz} \right)^n \quad (4)$$

These models cover a wide range of viscoplastic behaviors (Figure 1).

Closure relations

To obtain the integrated source terms, we need to make some assumptions in order to obtain a vertical velocity profile (See Figure 2).

The Bingham plastic model [3] yields:

$$\frac{2}{3} \tau_b - \left(\tau_y + 2\mu_b \frac{|u|}{h} \right) + \frac{\tau_y^3}{3\tau_b^2} = 0 \quad (5)$$

The existence of a yield stress allows the fluid to stop when the driving force is smaller ($\tau_{driving} < \tau_y$).

Simulations

For the purpose of testing the model implementation within the SERGHEI [1] framework, we have chosen two benchmark tests: A circular viscoplastic dam-break (T1) and a simplified case of a gypsum pond failure (T2) on Texas (1966) [2].

The dam-break consist on a circular column of 0.2 m in a 10.0 m domain.

If we draw a profile along the horizontal line we can compare the differences between the models: Manning, Bingham simplified, Full Bingham and turbulent-Coulomb.

The gypsum dam-break is simulated using a full Bingham model with $\tau_y = 1000 \text{ Pa}$ and $\mu_B = 50 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, and a slope of 2° was used based on [2].

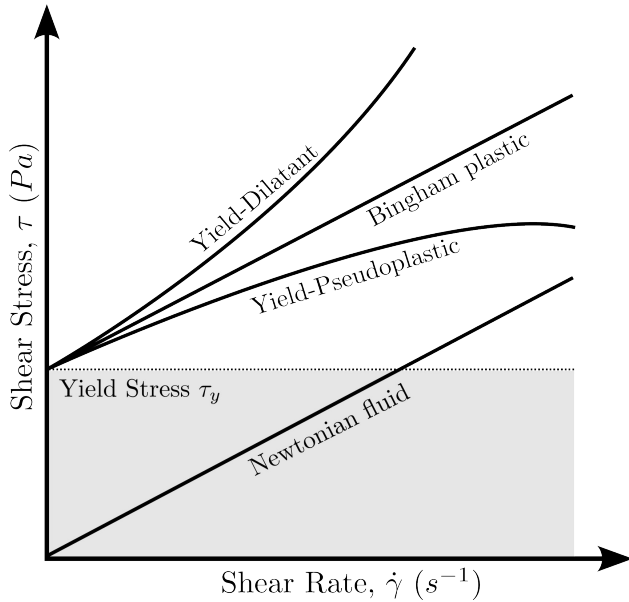


Fig 1. Viscous fluids classification

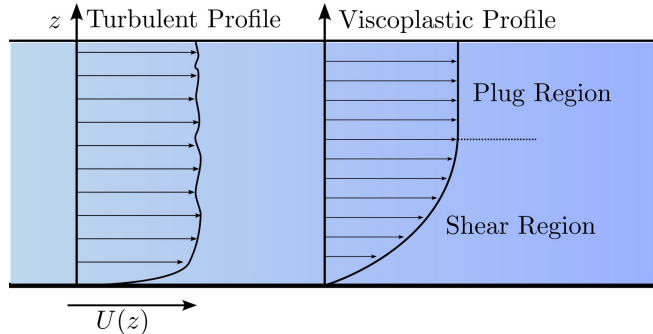


Fig 2. Vertical profile of turbulent and viscoplastic flows.

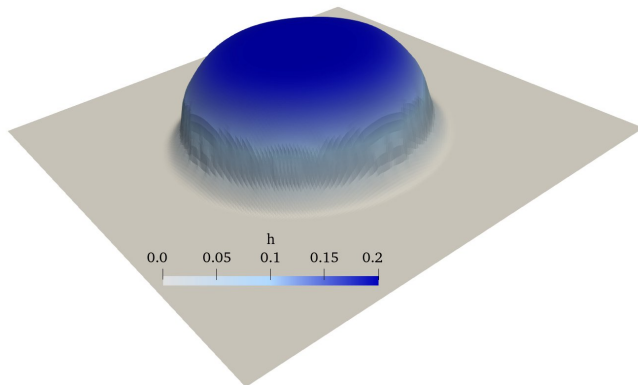


Fig 3. T1 with a turbulent Coulomb model.

Conclusions

Different rheological closures significantly affect the dynamics of shallow non-Newtonian flows. While turbulent friction laws are suitable for water-dominated flows, viscoplastic models such as Bingham and Herschel–Bulkley provide a more appropriate representation for debris flows and mining tailings. The implemented models within the SERGHEI framework successfully reproduced benchmark dam-break tests and demonstrated the importance of yield stress effects in flow propagation and stopping behavior.

Bibliography

- [1]. Vallés, P., Morales-Hernández, M., Roeber, V., García-Navarro, P., & Caviedes-Voullième, D. (2025). SERGHEI v2. 1: a Lagrangian model for passive particle transport using a two-dimensional shallow water model (SERGHEI-LPT). *Geoscientific Model Development*, 18(20), 7399-7416.
- [2]. Jeyapalan, J. K., Duncan, J. M., & Seed, H. B. (1983). Investigation of flow failures of tailings dams. *Journal of geotechnical engineering*, 109(2), 172-189.
- [3]. Martínez-Aranda, S., Murillo, J., Morales-Hernández, M., & García-Navarro, P. (2022). Novel discretization strategies for the 2D non-Newtonian resistance term in geophysical shallow flows. *Engineering Geology*, 302, 106625.

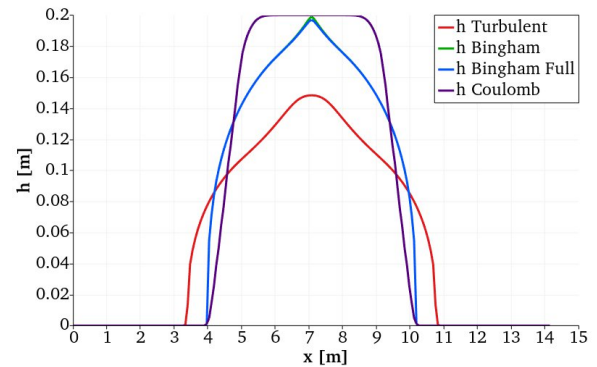


Fig 4. Horizontal profiles for T1 at $t = 1.8 \text{ s}$

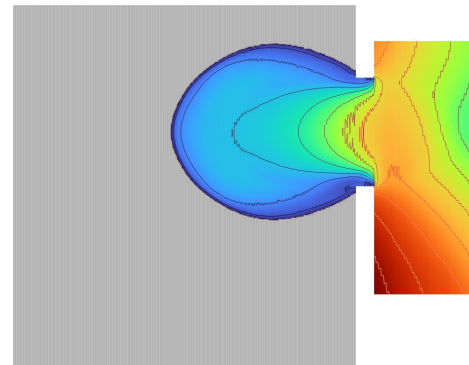


Fig 5. Case T2 with a full Bingham model at $t = 20 \text{ s}$

ANEXO: INSTRUCCIONES COMPLEMENTARIAS PARA LA PRESENTACIÓN DEL ABSTRACT

- **Título de la presentación:** El título deberá ir obligatoriamente en minúsculas (si el título es en inglés, irá en mayúsculas la letra inicial de cada palabra, salvo las *palabras vacías* –artículos, preposiciones y pronombres-).
- **Nombre del autor(es):** Irán en orden natural -Nombre Apellido1 (Apellido2)- y en minúscula, separando cada autor por coma [,]. Se recomienda no utilizar iniciales para los nombres, sino la forma completa.
- **Afiliación:**
 - Deberá figurar el nombre del grupo de investigación del autor(es) en la primera línea desarrollado y con el acrónimo al final entre paréntesis, aunque todos los autores pertenezcan al mismo grupo.
 - Si todos los autores son del mismo grupo de investigación, no hará falta poner la nota en superíndice [¹], ya que no es necesario aclarar qué afiliación le corresponde cada uno.
 - En caso de que haya autores de dos o más grupos del I3A, el segundo (y siguientes) se pondrá justo debajo del primero, antes de los datos de contacto.
 - El resto de información de contacto (dirección del I3A, etc.) se mantendrá tal cual aparece en la plantilla, salvo la dirección de email, que se pondrá únicamente la del autor que vaya a presentar la ponencia.
 - Para autores externos solo se citará el nombre de la institución.
- **Listado de referencias bibliográficas:** Deberá seguir obligatoriamente el estilo de la Norma [UNE-ISO 690:2013](#). Se recomienda el uso de gestores bibliográficos como Refworks o Endnote (se desaconseja la utilidad de citas integrada en Google Scholar por su inconsistencia). Ante cualquier duda, consultar con i3a@unizar.es.

Todos los trabajos deberán presentarse obligatoriamente en formato Word y sin la inclusión de este anexo a través del sistema de depósito de trabajos en línea de la revista disponible en la siguiente dirección: <https://papiro.unizar.es/ojs/index.php/jji3a/about/submissions>. A través del sistema de depósito se indicará la sección a la que se adscribe el trabajo: “Artículos (Ingeniería Biomédica)”, “Artículos (Procesos y Reciclado)”, “Artículos (Tecnologías de la Información y las Comunicaciones)” o “Artículos (Tecnologías Industriales)”.

Cualquier duda respecto a la forma de presentación podrá consultarse en la dirección de correo electrónico i3a@unizar.es. Los trabajos que no sigan estas indicaciones serán devueltos a los autores para su corrección.