

# Modelado térmico de alta precisión y baja carga computacional orientado al control de temperatura de encimeras de inducción

## Introducción

Los **modelos térmicos** dinámicos del sistema formado por la cocina de inducción y el recipiente son una herramienta indispensable para comprender el comportamiento térmico del sistema real. Además, un correcto modelado permite lograr un alto desempeño en las tareas de estimación y control de la temperatura del recipiente.

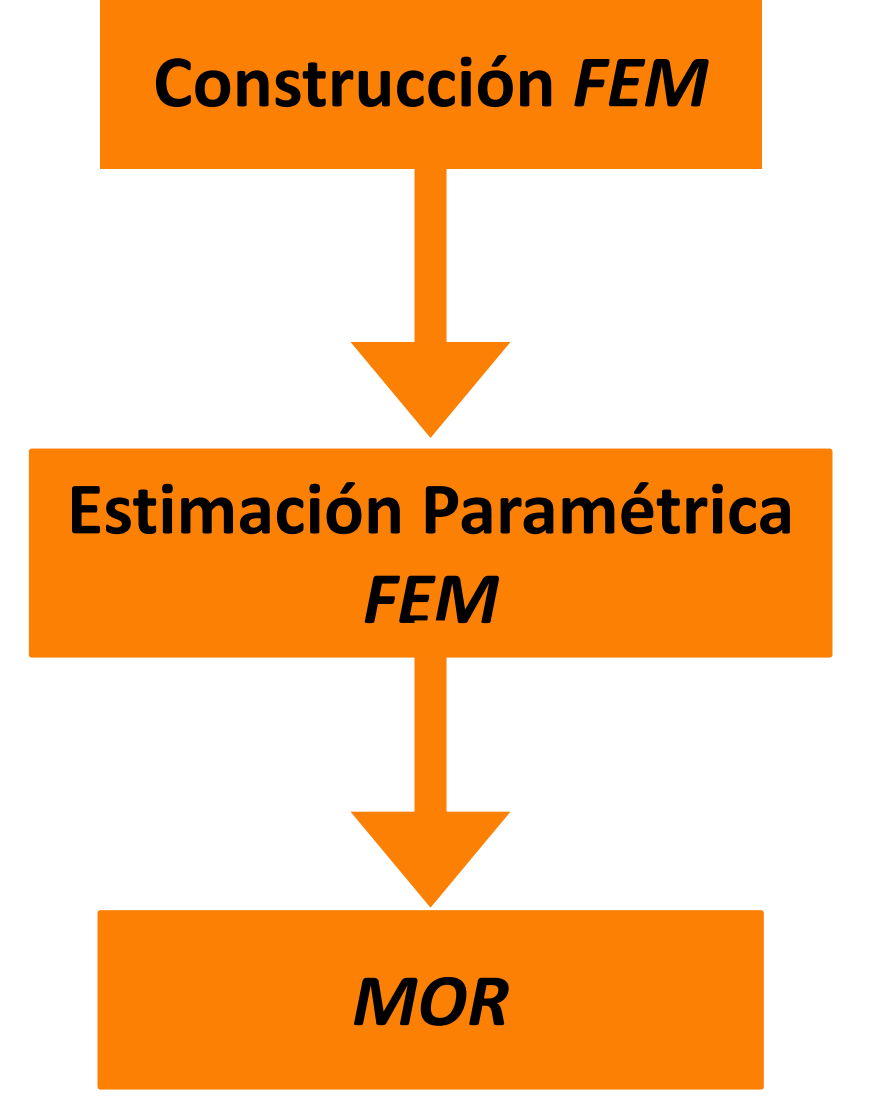
## Principal Problema

La obtención de modelos de **alta precisión** con un **coste computacional lo suficientemente bajo** como para permitir aplicar estrategias de control en tiempo real suele ser un proceso laborioso y específico para cada conjunto placa-recipiente. Esta tarea de modelado conlleva una fuerte carga experimental, lo que implica un coste y tiempo de trabajo elevados para obtener un conjunto de modelos adecuados.

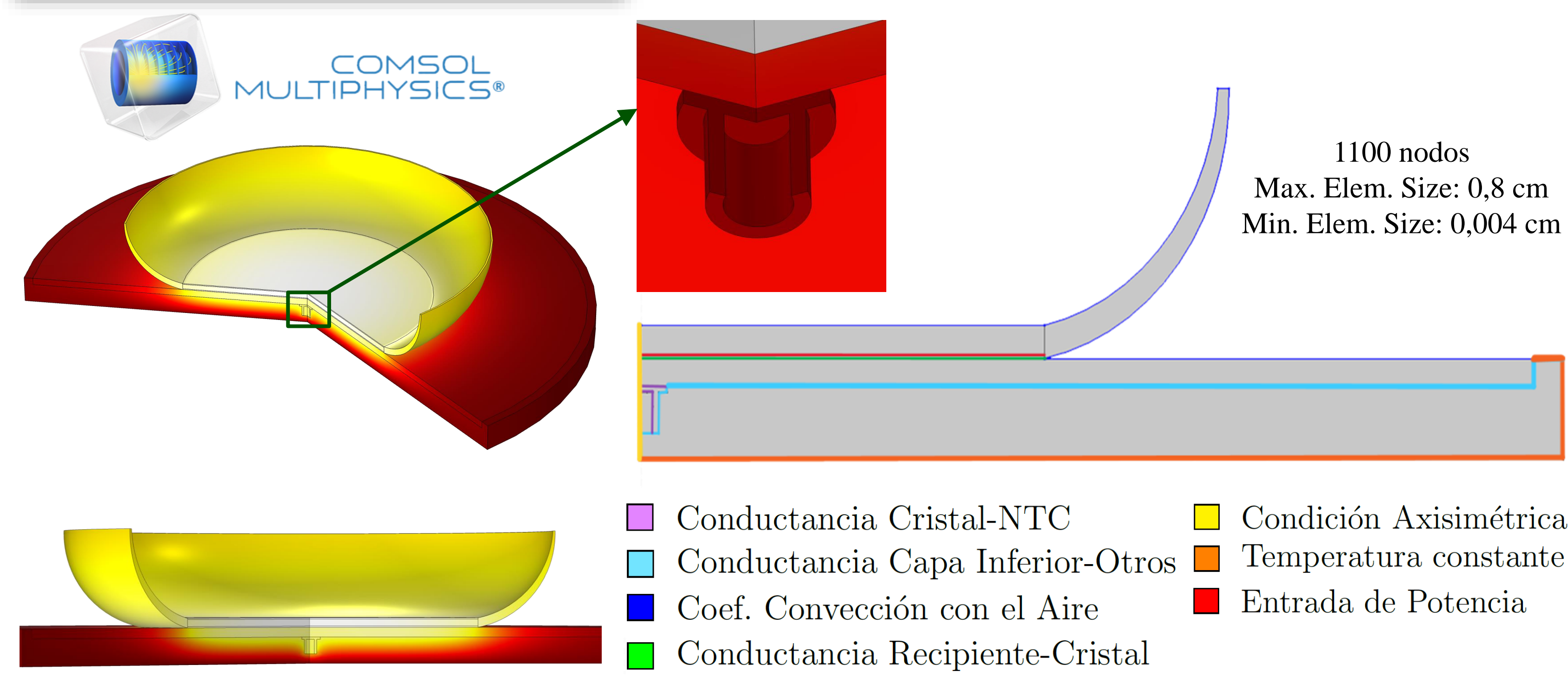
## Solución

La construcción de modelos de baja carga computacional, del orden de 3 variables de estado, mediante la aplicación de **técnicas de reducción de orden de modelos MOR**, por sus siglas en inglés, sobre modelos *white-box* basados en Elementos Finitos *FEM*, los cuales cuentan con mallas del orden de miles de nodos. Con esto, se busca que los modelos reducidos *ROM* iguallen la precisión lograda por estos últimos, reduciendo considerablemente la carga computacional del modelo. Del mismo modo, permite abordar el problema del modelado desde un punto de vista global, evitando dedicar recursos en exceso a cada conjunto cocina-recipiente específico.

## Metodología

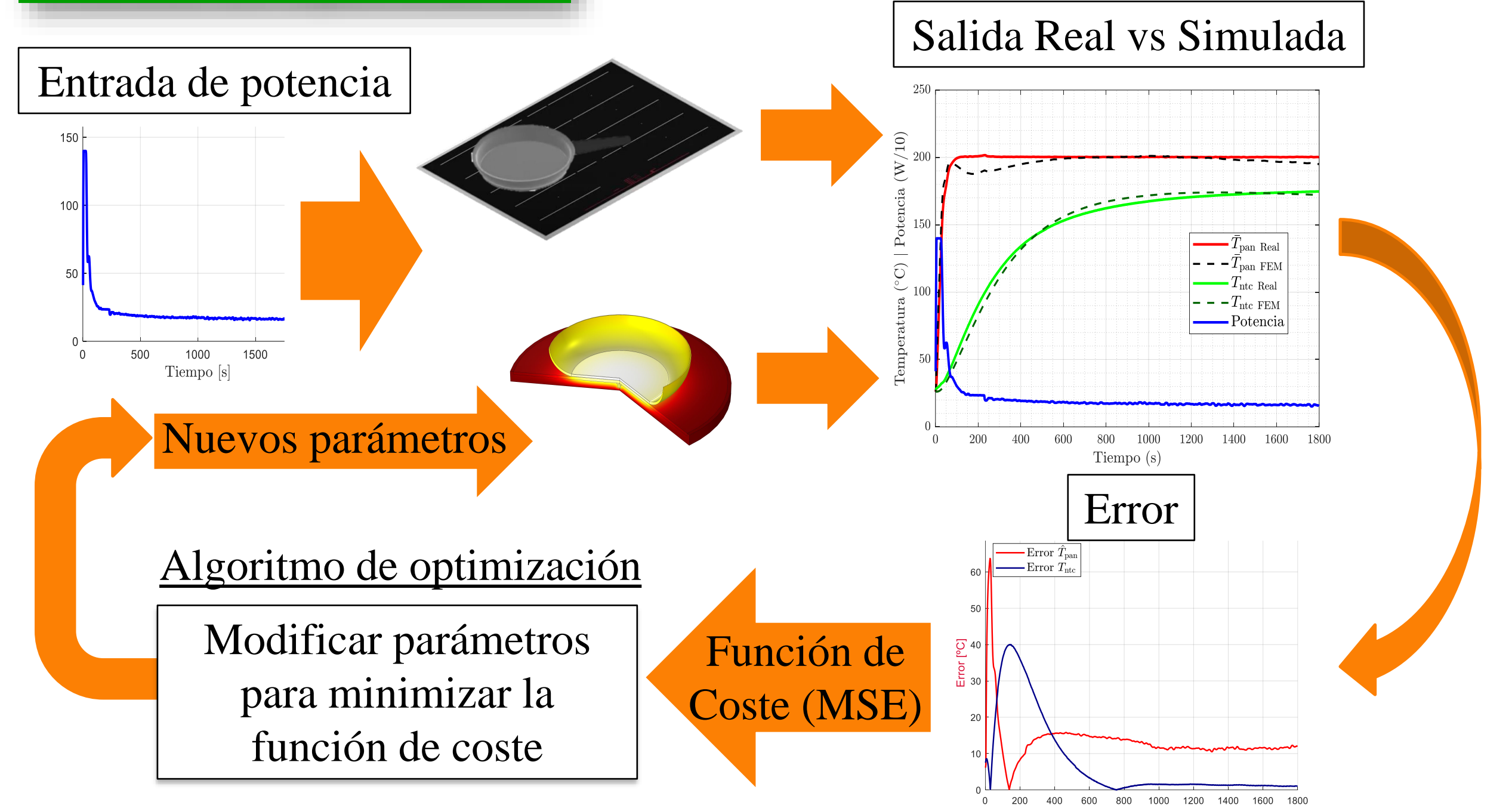


## Modelo Elementos Finitos



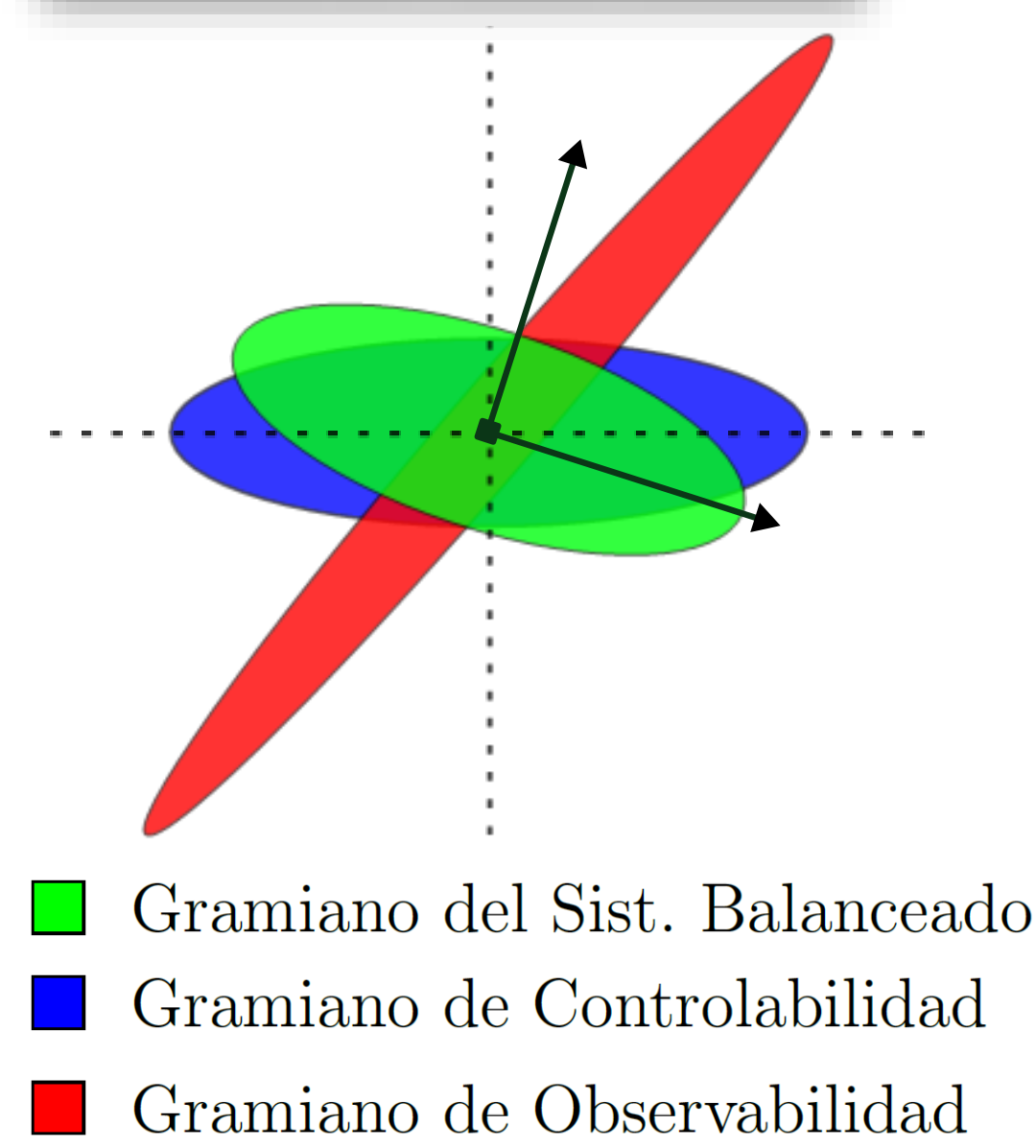
## Estimación Paramétrica

### Proceso de Optimización



## Reducción de Orden del Modelo

### Reducción Balanceada



### MOR Unificado

$n = \text{Número de Variables de Estado en el ROM}$

$$\text{FEM}_{\text{nom}} \rightarrow \text{SS}_{\text{orig nom}}(A_{\text{nom}}, B_{\text{nom}}, C_{\text{nom}}) \rightarrow T_{\text{nom}}$$

$$\text{FEM}_i \rightarrow \text{SS}_{\text{orig } i}(A_i, B_i, C_i)$$

**Reducción**

$$\hat{A}_{\text{red}} = \hat{A}_i(1:n, 1:n)$$

$$\hat{B}_{\text{red}} = \hat{B}_i(1:n, :)$$

$$\hat{C}_{\text{red}} = \hat{C}_i(:, 1:n)$$

**Balanceado**

$$\hat{A}_i = T_{\text{nom}}^{-1} A_i T_{\text{nom}}$$

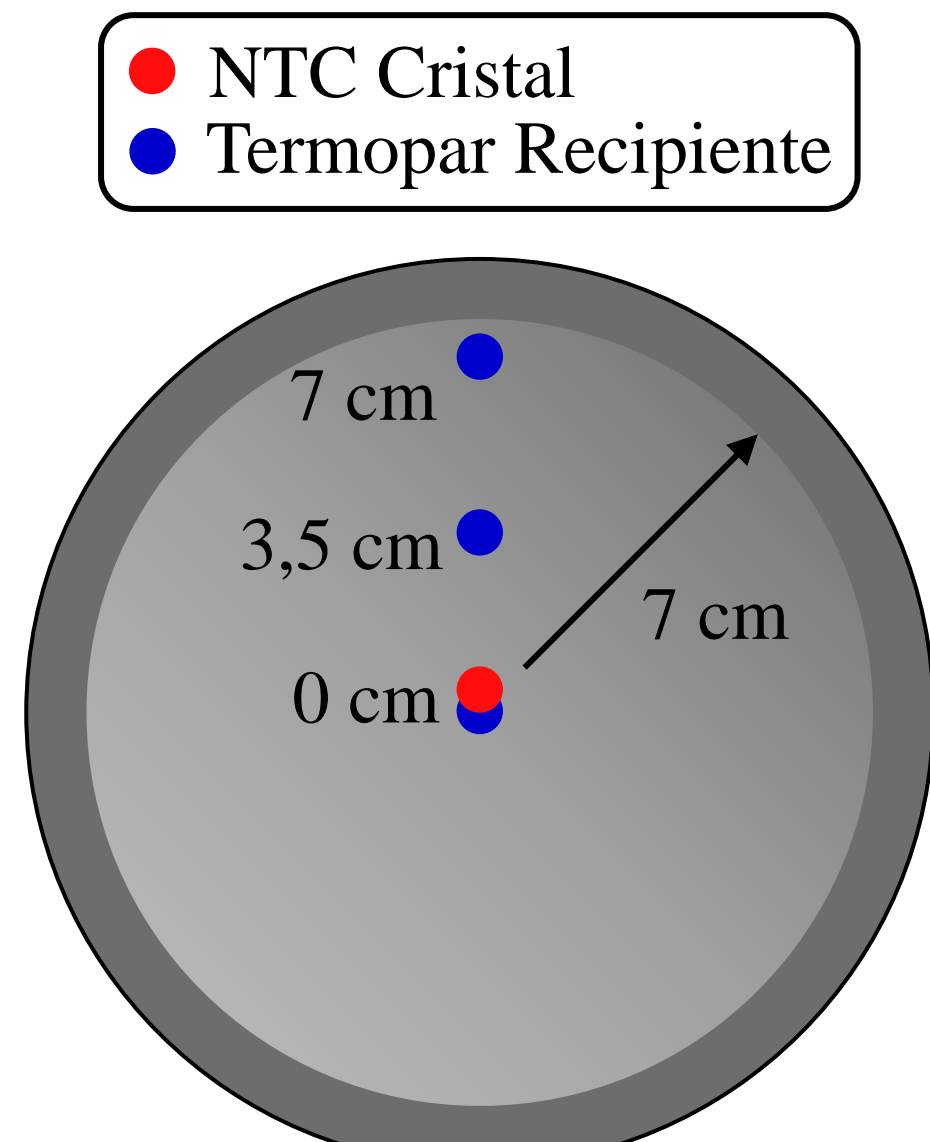
$$\hat{B}_i = T_{\text{nom}}^{-1} B_i$$

$$\hat{C}_i = C_i T_{\text{nom}}$$

$$\text{SS}_{\text{red } i}(\hat{A}_{\text{red } i}, \hat{B}_{\text{red } i}, \hat{C}_{\text{red } i})$$

$$x_i = T_{\text{nom}}(:, 1:n) z_{\text{red}}$$

## Ensayos experimentales



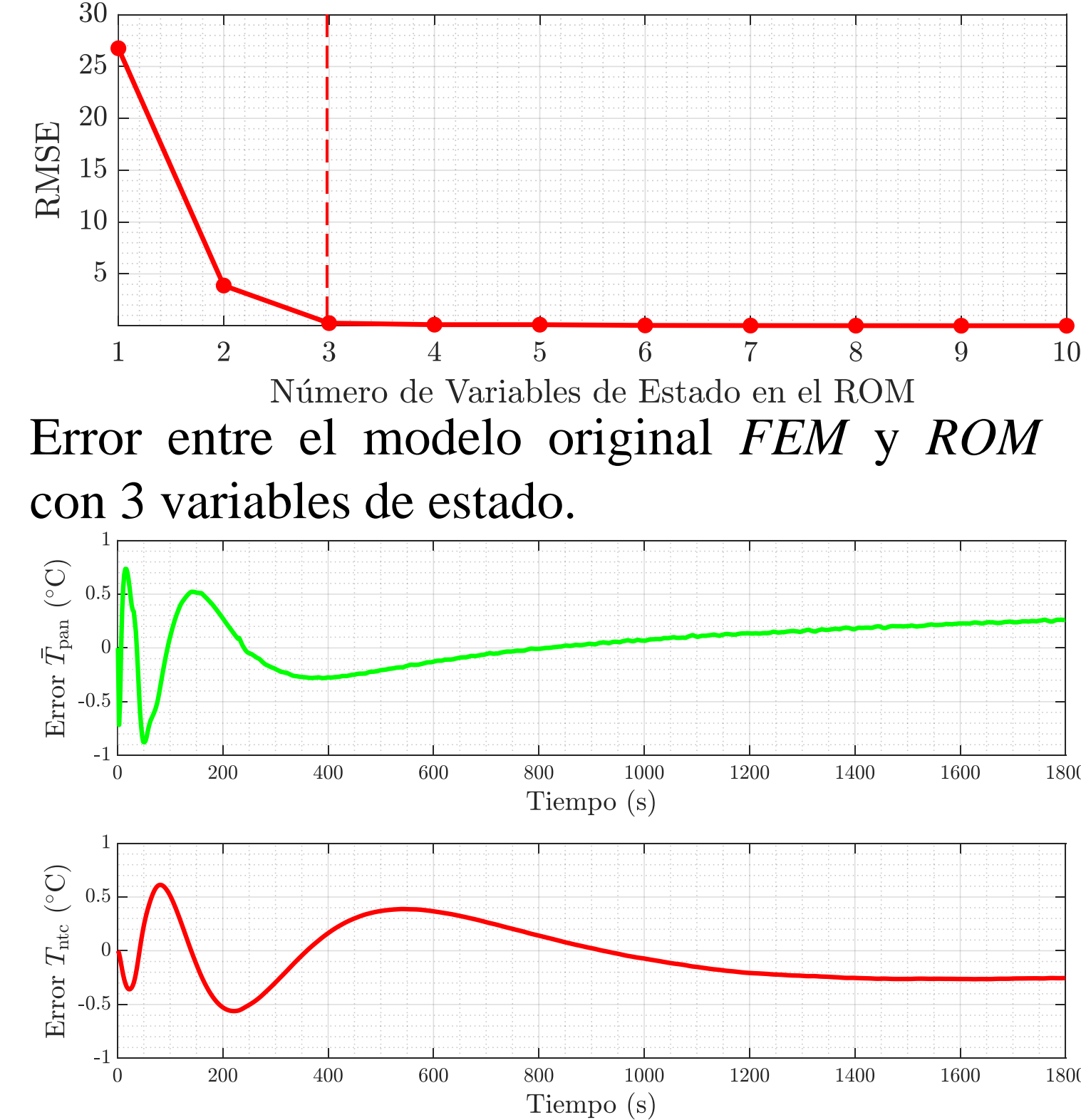
## Resultados

NRMSE (Raíz del Error Cuadrático Medio Normalizado) 2,72%

## Resultados

### MOR Estándar

RMSE para ROMs con diferente número de variables de estado.



### MOR Unificado

Análisis del aumento del RMSE por llevar a cabo el MOR Unificado.

ROM	Cambio Parám.	Tipo de MOR	RMSE
A.1	1 • C <sub>pan</sub>	Unificada	0,252
A.2	1 • C <sub>pan</sub>	Estándar	0,252
B.1	1,5 • C <sub>pan</sub>	Unificada	1,198
B.2	1,5 • C <sub>pan</sub>	Estándar	0,121
C.1	0,6 • C <sub>pan</sub>	Unificada	1,372
C.2	0,6 • C <sub>pan</sub>	Estándar	0,804
D.1	1,5 • G <sub>ap</sub>	Unificada	1,052
D.2	1,5 • G <sub>ap</sub>	Estándar	0,206
E.1	0,6 • G <sub>ap</sub>	Unificada	3,351
E.2	0,6 • G <sub>ap</sub>	Estándar	0,345
F.1	1,5 • C <sub>crystal</sub>	Unificada	1,420
F.2	1,5 • C <sub>crystal</sub>	Estándar	0,443
G.1	0,6 • C <sub>crystal</sub>	Unificada	1,638
G.2	0,6 • C <sub>crystal</sub>	Estándar	0,117

<sup>a</sup> Todos los ROMs cuentan con 3 variables de estados.

### Reconstrucción Variables Originales

Análisis del RMSE en la reconstrucción íntegra de las variables originales partiendo de las variables del ROM.

ROM <sup>a</sup>	u \ y	nº var ROM	RMSE
A.1	Pot. \ T <sub>pan</sub> + T <sub>ntc</sub>	2	4,494
B.1	Pot. \ T (todas)	2	4,109
A.2	Pot. \ T <sub>pan</sub> + T <sub>ntc</sub>	3	1,115
B.2	Pot. \ T (todas)	3	1,025
A.3	Pot. \ T <sub>pan</sub> + T <sub>ntc</sub>	4	1,396
B.3	Pot. \ T (todas)	4	0,638
A.4	Pot. \ T <sub>pan</sub> + T <sub>ntc</sub>	5	0,573
B.4	Pot. \ T (todas)	5	0,221

<sup>a</sup> A hace referencia a ROMs con una salida convencional.  
<sup>b</sup> B hace referencia a ROMs cuya salida coincide con los estados del modelo original.

## Conclusiones

Se determina que el **número de variables de estado adecuadas** en el ROM para lograr un compromiso entre una precisión elevada y una carga computacional asumible es de **3**.

El desempeño del ROM con 3 variables de estado es **excelente** debido a que muestra una precisión similar a la del FEM (RMSE = 0,25 °C).

La técnica MOR Unificado **mejora la interpretabilidad** de la reducción de orden, fijando las variables de estado reducidas sin inducir errores significativos.

La **reconstrucción** de las variables de estado originales muestra un **buen comportamiento** (RMSE < 5 °C para todos los casos de estudio).

## Referencias

[1] BRUNTON, S. L., KUTZ, J. Data-Driven Science and Engineering: Machine Learning, Dynamical Systems, and Control. Cambridge University Press, 2019. – Refer to Chapter 9 for detailed discussion on balanced model reduction and related techniques.  
[2] GELBART, M. A., SNOEK, J., ADAMS, R. Bayesian Optimization with Unknown Constraints. 2014.  
[3] PAESA, D. Reset Observers and Temperature Control for Induction Hobs. PhD Thesis. 2011.

## Agradecimientos

El presente trabajo se ha realizado bajo el marco de colaboración en I+D+i entre la Universidad de Zaragoza y BSH Electrodomésticos España S.A.  
Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el Programa de Becas y Ayudas del Instituto de Investigación en Ingeniería de Aragón (I3A).