

Condiciones de contorno reflexivas y transmisivas para métodos de Riemann: Aplicación en canales unidimensionales

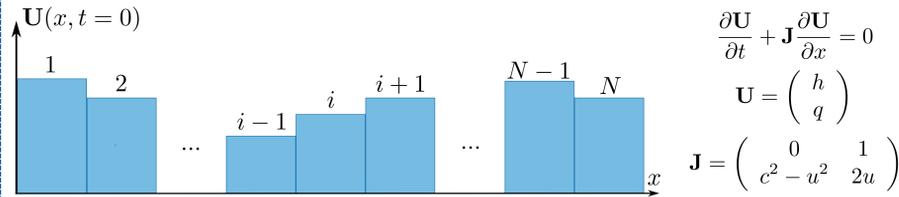
Juan Mairal, Javier Murillo, Pilar García Navarro

Grupo de Tecnologías Fluidodinámicas, Instituto de Investigación en Ingeniería de Aragón (I3A)
 Universidad de Zaragoza, Mariano Esquillor s/n, 500018, Zaragoza, Spain
 Tel. +34 976762707, e-mail: mairalascaso@unizar.es

XII JORNADA DE JÓVENES INVESTIGADORES/AS DEL I3A

¿Qué es un problema de Riemann?

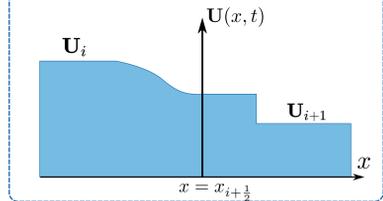
Los problemas de Riemann [1] son problemas de valores iniciales (IVP) en los que dos estados inicialmente constantes separados por una discontinuidad evolucionan de acuerdo a un sistema de ecuaciones diferenciales. Son útiles en los métodos de volúmenes finitos.



Métodos aproximados, como el de Roe, permiten desacoplar el sistema en ecuaciones linealizadas para cada variable primitiva V_i [3]

$$\begin{cases} \frac{\partial V_1}{\partial t} + \tilde{\lambda}_1 \frac{\partial V_1}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial V_2}{\partial t} + \tilde{\lambda}_2 \frac{\partial V_2}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

La solución de un problema de Riemann para las ecuaciones de Aguas poco profundas (SWE) es conocida: se trata de una rarefacción y un choque que se propagan en direcciones opuestas.



Objetivo: calcular h_R y q_R tras la frontera para resolver el problema de Riemann.

$$\begin{cases} h_L + \alpha_1 = h_R - \alpha_2 \\ q_L + \tilde{\lambda}_1 \alpha_1 = q_R - \tilde{\lambda}_2 \alpha_2 \end{cases}$$

Conclusiones

La posibilidad de incluir eficientemente los contornos en métodos de Riemann permite **acelerar el cálculo y reducir los dominios.**

La condición reflexiva demuestra que **la formulación en términos de amplitudes de onda es válida.** No obstante, su equivalente para fronteras transmisivas requiere más investigación.

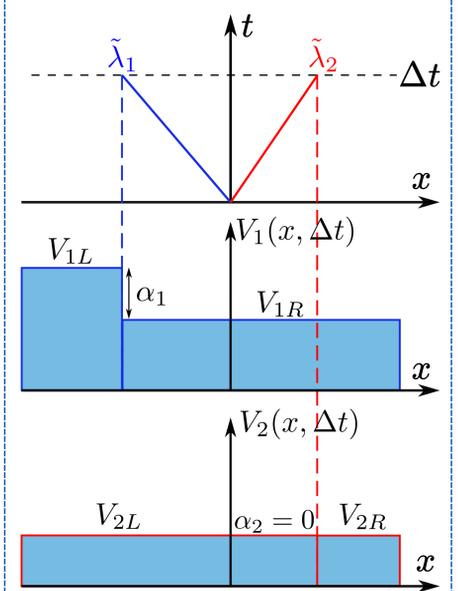
Condición de contorno reflexiva

Tradicionalmente: [1] $h_R = h_L$
 $q_R = -q_L$

Novedad: Imponer amplitud nula en la onda transmitida.

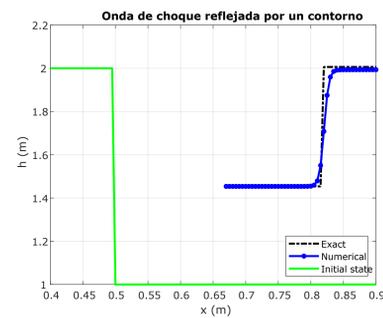
$$\alpha_2 = 0 \implies q_L + \tilde{\lambda}_1 \delta h = 0$$

Se asume que la onda con el mismo signo que el flujo no transmite información. Así, toda perturbación es reflejada.



Para resolver, se asume caudal externo nulo $q_R = 0$

Comprobación: Reflexión de una onda de choque. Utilizando las condiciones de Rankine-Hugoniot [1] se puede calcular la solución analítica de la onda de choque y comparar con la onda reflejada.



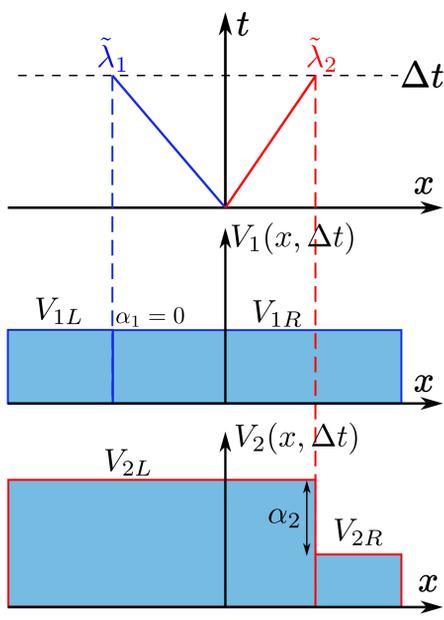
Condición de contorno transmisiva

Tradicionalmente: [2] $h_R = h_L$
 $q_R = q_L$

Novedad: Imponer amplitud nula en la onda reflejada

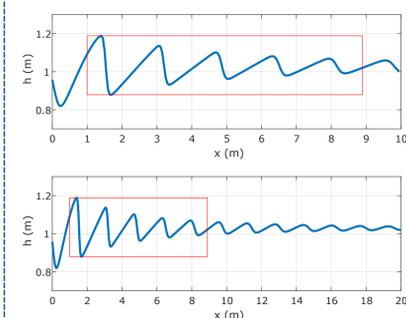
$$\alpha_1 = 0 \implies q_R - \tilde{\lambda}_2 \alpha_2 = q_L$$

Se asume que la onda opuesta al flujo no transmite información. Así, toda perturbación es transmitida tras la frontera.



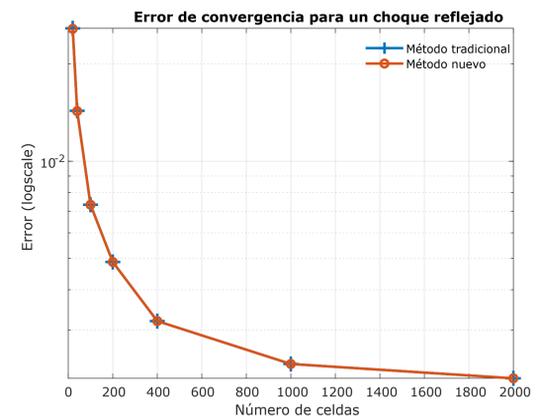
Para resolver, se toma la onda transmitida de $(\alpha_2)_{i+\frac{1}{2}} = (\alpha_2)_{i-\frac{1}{2}}$ la pared anterior

Comprobación: comparar el error entre un dominio largo y uno con contorno transmitivo

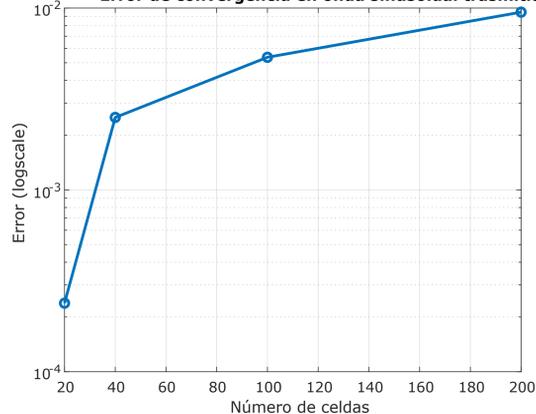


Resultados numéricos

La nueva condición de contorno reflexiva funciona tan bien como la que se utilizaba tradicionalmente.



Error de convergencia en onda sinusoidal transmitida



Los resultados del error de convergencia para la condición de contorno transmisiva son inesperados.

Habitualmente, la condición transmisiva es la que más problemas provoca, especialmente para métodos de alto orden.

Más investigación es necesaria.

Referencias

- [1]. TORO, E.F. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics. Springer Science & Business Media, 2013.
- [2]. ROE, P.L. Remote Boundary Conditions for Unsteady Multidimensional Aerodynamic Computations. *Computers and Fluids* (17), 1989
- [3]. MURILLO, J. and NAVAS -MONTILLA, A. A comprehensive explanation and exercise of the source terms in hyperbolic systems using Roe type solutions. Application to the 1D-2D shallow water equations. *Advances in Water Resources* (98), 2018.



Instituto Universitario de Investigación de Ingeniería de Aragón
 Universidad Zaragoza

XII JORNADA DE JÓVENES INVESTIGADORES/AS DEL I3A